Идентификация когерентных структур в стратифицированном турбулентном течении Куэтта

А.С. Монин и А.М. Яглом [1] определяют **когерентную структуру** как неслучайную устойчивую суперпозицию крупномасштабных компонент турбулентности.

Течение Куэтта - течение вязкой жидкости между двумя параллельными стенками, одна из которых движется относительно другой (модель геофизических турбулентных пограничных слоев).

Используется DNS (DirectNumericalSimulation – прямое численное моделирование) модель, разрабатываемая в НИВЦ МГУ [2].

Постановка задачи

Рассматриваемые критерии применяются для турбулентного течения Куэтта, которое рассматривается в периодическом по горизонтальным осям $(x, y) \equiv (x_1, x_2)$ канале высоты $H: 0 < z \equiv x_3 < H$

На стенках канала задана скорость движения пластин $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3) \equiv (u, v, w)$ и температура T:

$\vec{u} = (-1/2U_0, 0, 0)$ $T = T_1$ при $z = 0$

$\vec{u} = (1/2U_0, 0, 0)$ $T = T_2$ при $z = H$, где $T_1 < T_2$

Постановка задачи

Систему уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска в безразмерном виде можно записать в виде:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = \frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \delta_{i3} Ri (T - T_0),$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0,$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial u_j T}{\partial x_j} = \frac{1}{\mathrm{Pr}\,\mathrm{Re}} \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{U_0 H}{\nu} \qquad Ri = g \frac{T_2 - T_1}{T_1} \frac{H}{U_0^2} \qquad Pr = 0.7$$

Численный эксперимент

Используется DNS (DirectNumericalSimulation – прямое численное моделирование) модель, разрабатываемая в НИВЦ МГУ [2].

Численные эксперименты проводятся в области размеров **6 x 6 x 1**, на сетке размером **96 x 96 x 64**

Данная модель решается конечно-разностным методом на прямоугольной сетке явной схемой второго порядка. Для вычисления поправки к давлению решается уравнение Пуассона с помощью стабилизированного метода бисопряженных градиентов.

Программная реализация основана на трехмерной пространственной декомпозиции области и использовании функций библиотеки MPI для организации обменов. Для использования дополнительного параллелизма между ядрами одного узла применяется технология OpenMP.

Все расчеты были проведены на суперкомпьютере ИВМ РАН.

Q - критерий (Q -criterion) [3]:

$$Q = \frac{1}{2}\left(\left|\Omega\right|^2 - \left|S\right|^2\right)$$

$$\left|S\right|^2 = tr[SS^T]$$

$$\left|\Omega\right|^2 = tr[\Omega\Omega^T]$$

$$\nabla v = S + \Omega, \quad S = \frac{1}{2}\left[\nabla v + (\nabla v)^T\right], \quad \Omega = \frac{1}{2}\left[\nabla v - (\nabla v)^T\right],$$

Вихревые образования определяются как область течения, в которой выполняется неравенство $Q>0$ (область течения, в которой норма тензора завихренности превышает норму тензора скоростей деформаций)

Дельта-критерий (Δ-criterion) [4]:

$$\Delta = \left(\frac{Q}{3}\right)^3 + \left(\frac{\det \nabla v}{2}\right)^2$$

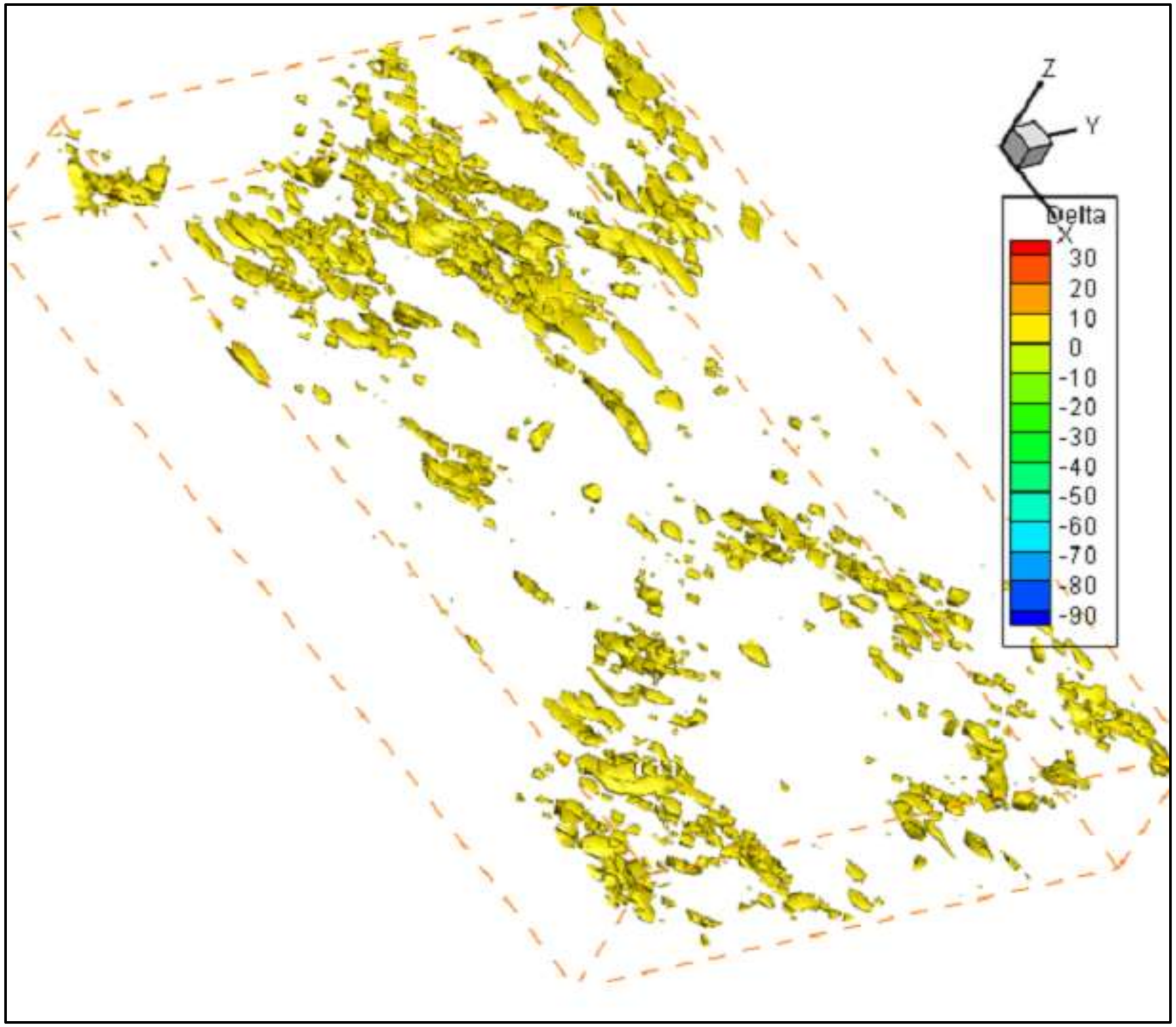
Вихревые образования определяются как область течения, в которой выполняется неравенство $\Delta > 0$. Линии тока замкнуты или спиральны.

Лямбда-критерий [5]:

$$\lambda_2 < 0$$

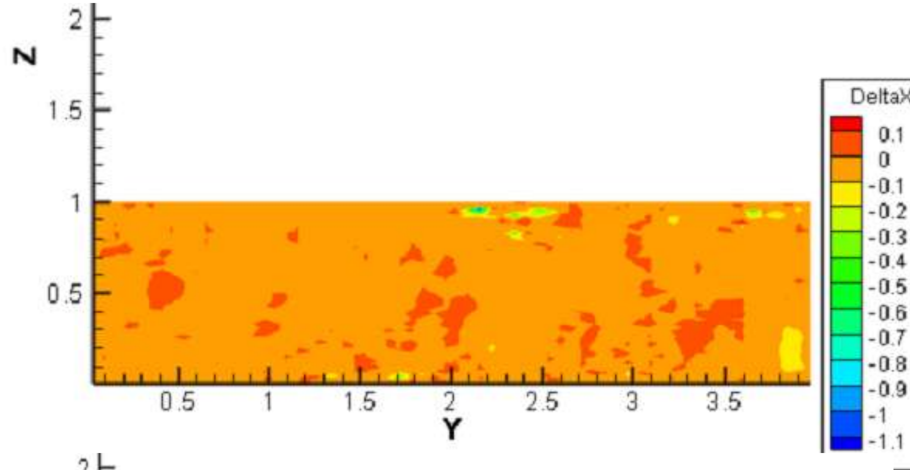
тензор $\Omega^2 + S^2$ является симметричным и имеет вещественных собственные числа ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$), два из которых отрицательны. Локальный минимум давления. Вихревая область определяется как $\lambda_2 < 0$

Так выглядит трехмерное поле одного из критериев (Delta)

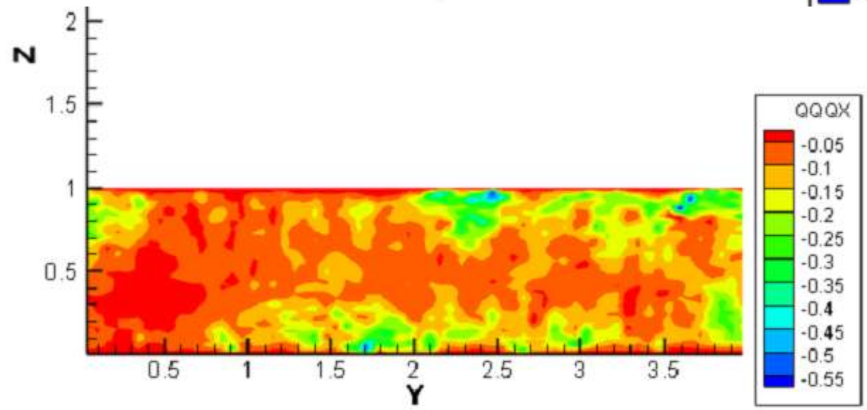


Для *Re*=5200 и *Ri*=0.0 в случае осреднения по оси X:

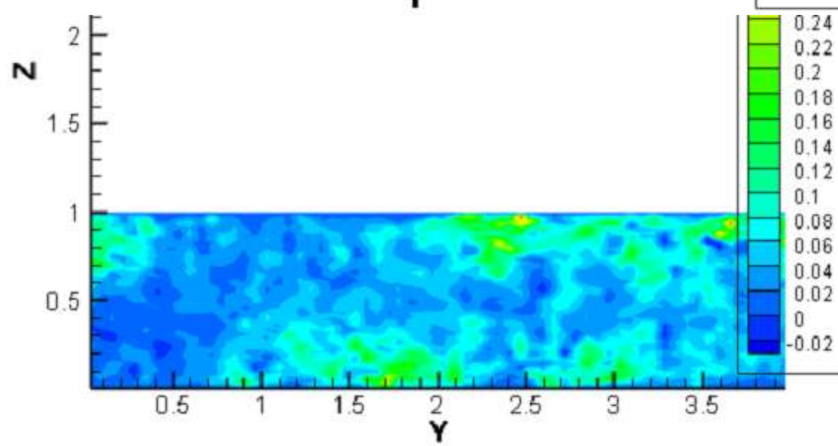
Delta-критерий:



Q-критерий:

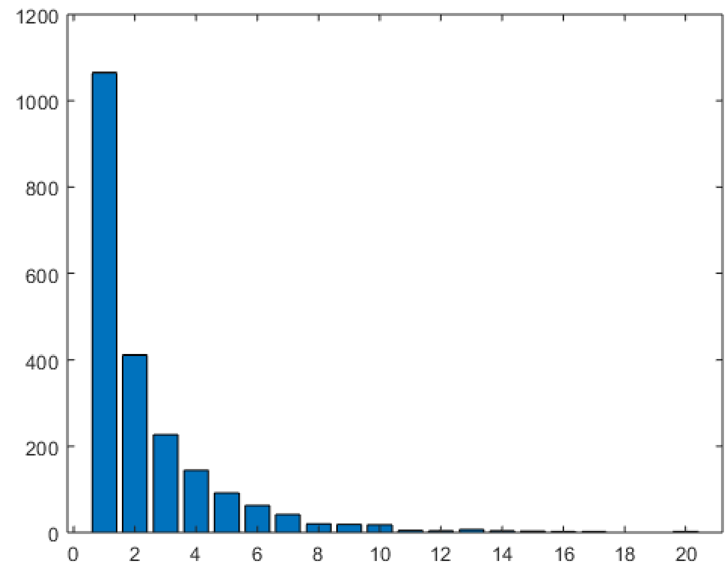


λ_2-критерий:

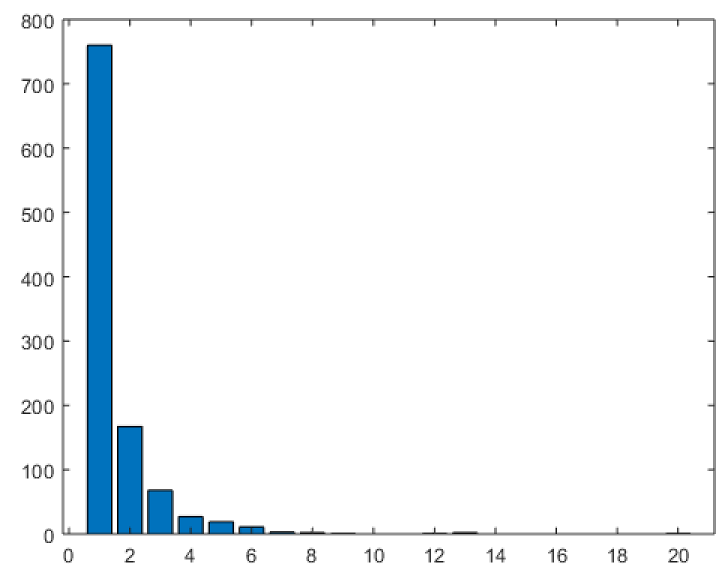


Ближайшая задача изучить влияние стратификации на распределение структур по размеру:

Q-критерий при *Re*=5200 и *Ri*=0



Q-критерий при *Re*=5200 и *Ri*=0.02



Дальнейшее развитие

1. Окончательная отладка и исследование поведения структур с помощью методов идентификации
2. Применение вейвлет-анализа к задаче
3. Сравнение результатов в п.1 и п.2

Список литературы

1. Монин А.С., Яглом А.М.: Статистическая гидромеханика. Т.1. М.: Наука, 1965; Т.2. М.: Наука, 1967.
2. Мортиков Е.В.: Численное моделирование движения ледяного киля в стратифицированной жидкости. Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. — 2016. — Т. 52, № 1. — с. 120–128
3. Hunt, J. C. R., Wray, A. A. &Moin, P.: Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows. Center for Turbulence Research Report CTR-S88, 1988, pp. 193–208.
4. M. S. Chong and A. E. Perry: A general classification of three-dimensional flow fields. Physics of Fluids A , vol. 2, May 1990, p. 765-777
5. Jeong, J. & Hussain, F.: On the identification of a vortex. J. Fluid Mech. 285, 1995,pp. 69–94.